Il tempo e lo spazio nella teoria della relatività

La fisica negli ultimi anni del 1800 si trovava
a dover risolvere un dilemma inconciliabile con la
teoria della meccanica classica.
La relatività di Galileo, accettata da
tutti i fisici e ampiamente sperimentata, sostiene
che le leggi della fisica sono le stesse in tutti i
sistemi di riferimento indipendentemente dal loro moto relativo uniforme.
Questo implica che i vettori delle velocità si sommino;
Un classico esempio suggerito dallo stesso Galileo:
All'interno di una vetrina, posta su di una nave che si
muove di moto uniforme, una mosca vola come se la
vetrina fosse posta a terra ma la sua velocità per
un osservatore sulla terra è data dalla somma vettoriale tra la velocità della nave
e quella della mosca. Nel secolo 18° furono acquisite nuove conoscenze,
nell'elettromagnetismo e nell'ottica, con le equazioni di Maxwell,le esperienze
fatte da molti altri fisici come Michelson e Morley, indussero a ritenere che le
onde elettromagnetiche e quindi la luce si propaga nello spazio con la stessa
velocità "c" indipendentemente dal moto della sorgente che la emette o la riceve.
L'invarianza della grandezza c produsse molte teorie speculative, tra queste la
più accreditata fu l'introduzione nello spazio cosmico del cosi detto
etere,sostanza non meglio definita, ma tale da consentire la propagazione delle
onde elettromagnetiche, come l'aria consente la propagazione del suono.

Il problema era risolto in parte; l'etere spiegava l'indipendenza di c dalla sorgente
emittente ma non dalla sorgente ricevente.
Michelson e Morley, in un esperimento che fece fallire definitivamente la teoria
dell'etere, dimostrarono con assoluta certezza che la velocità della luce è
indipendente anche rispetto al moto del ricevente.

Einstein sviluppò una teoria basata su due postulati apparentemente inconciliabili
ma ambedue abbondantemente sperimentati
1° Relatività galileiana: Le leggi della fisica sono covarianti in tutti i sistemi di
riferimento inerziali, cioè valgono in ogni sistema di riferimento inerziale.

2° Il secondo postulato è l'invarianza della grandezza c .(le onde
elettromagnetiche si propagano nello spazio con la stessa velocità c
indipendentemente dal moto della sorgente emittente o ricevente)

Questi due postulati, inseriti nella geometria quadridimensionale, come vedremo,
porteranno ad una nuova concezione dello spazio e del tempo.

Dal secondo postulato

K e K' sono due sistemi di riferimento in moto uniforme relativo con velocità “v”; i due sistemi di riferimento sono dotati di laboratorio, dove i ricercatori stanno misurando lo spazio percorso da un raggio di luce, che parte dalle origini delle coordinate spaziali al tempo 0. Lo spazio percorso dopo un tempo t sarà:

Per K.... $x^2+y^2+z^2-(ct)^2=0 \quad (1)$

Per K'.... $x'^2+y'^2+z'^2-(ct')^2=0 \quad (2)$

Dove xyz sono le coordinate del vettore spazio percorso

dal raggio di luce nel tempo t

Einstein introduce poi un nuovo modo di concepire lo spazio tempo, non più separati ma un continuo spaziotempo quadridimensionale, dove la quarta dimensione (il tempo luce ct) sarà inserita con un algoritmo sviluppato dal matematico Minkowski, che nella parte che interessa la presente trattazione non vi è niente di particolarmente difficile.

Se adottiamo come unità di misura della velocità “c” e cioè la velocità della luce, avremo: c = 1 = 300.000 Km/s” circa, e introduciamo la componente immaginaria “i “= alla radice quadrata di -1 sostituendo alla (1) avremo:

$$x^2+y^2+z^2+t^2=0 \qquad (3)$$

L'0equazione 3 è il sistema cartesiano quadri dimensionale su cui si sviluppa la teoria della relatività.

Le equazioni 1) e 2) ci dicono quali sono le misure dei due osservatori ogni uno secondo il suo sistema di riferimento ma secondo la relatività galileiana deve essere possibile per l'osservatore di K fare le misure di K' e viceversa,(K' fare le misure di K) ciò si ottiene, ruotando K' di un angolo “a” la cui tangente vale la velocità di K' rispetto a K.
Per semplificare le operazioni, supponiamo che i due sistemi K e K', si muovano con velocità v parallela all'asse x iniziando dall'origine degli assi, così da avere le componenti iniziali = a 0 e come variabili le coordinate x e t,mentre y e z restano = ad y' e z'

Per una più dettagliata spiegazione vedere il disegno:

La trasformazione delle coordinate di K' in K:

$$X' = x \cos a - it \sin a$$

$$it' = x \sin a + it \cos a \qquad (4)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

NB la quarta dimensione t è moltiplicata per “i” quindi è una grandezza immaginaria, questo fa parte dell'algoritmo introdotto da Minkowisky.

Il sistema quadridimensionale,dove la y e la z sono invarianti in quanto come prima detto il moto si suppone parallelo all'asse X,
sostituisce il sistema tridimensionale dello spazio più il tempo uni dimensionale separati e indipendenti della meccanica classica.
L'unità di misura delle 4 coordinate può essere sia il tempo in secondi o lo spazio percorso dalla luce in secondi vedi equazione (3)

Dalla 3: considerando sempre le coordinate Y e Z non partecipanti al moto e ricordando che la coordinata t è una grandezza immaginaria, vedi anche il disegno.

$\sqrt{(X^2/t^2)}=X/it=V/i$ spazio/tempo=velocità

Dalle formule di trigonometria

$$\cos a = 1/\sqrt{(1+tg^2a)}$$
$$\sin a = tg\, a/\sqrt{(1+tg^2a)}$$

Ricordando che tg a = alla velocità V avremo:

$$\cos a = 1/\sqrt{(1+V^2/i^2)} = 1/\sqrt{(1-V^2)}$$

$$\sin a = (V/i)/\sqrt{(1-V^2)}$$

Dalla 4 sostituendo abbiamo:

$$X' = X/\sqrt{(1-V^2)}-(it*V/i)/\sqrt{(1-V^2)} \quad \text{quindi}$$

$$X' = (X-Vt)/\sqrt{(1-V^2)} \qquad (A)$$

$$it' = it/\sqrt{(1-V^2)} + (XV/i)/\sqrt{(1-V^2)} \quad \text{quindi}$$

$$t' = (t-XV)/\sqrt{(1-V^2)} \qquad (B)$$

Si usa anche indicare la V come il rapporto tra V/C ma qui abbiamo supposto C = 1 e quindi possiamo ometterlo.

Le equazioni A e B scritte per la prima volta da Lorenzt dall'analisi dell'esperimento di Michelson e Morley, sono ricavate qui, identiche, con la nuova teoria suggerita da Einstein.

Le equazioni A e B ci dicono che lo spazio e il tempo non sono assoluti ma variabili in funzione di V.

In particolare le unità di misura, dello spazio e del tempo,di K' viste da K sono più lunghe di un fattore inverso pari a $\sqrt{(1-V^2)}$.

$V<1$ il metro ed il secondo di K' visto da k sono>1

$V=1$ “ “ sono infiniti

$V>1$ immaginario e per la relatività impossibile.

Lo steso dirà K' di K in quanto nessuno può ritenersi in moto assoluto.

Le equazioni A e B con il sistema quadridimensionale (3) sviluppate con i tradizionali metodi dell'analisi matematica condurranno a risultati rivoluzionari.

Come per esempio la ben nota equazione:

$$E = m*c^2$$

_______ osservatore K coordinate di C(x;it)

_______ osservatore K' coordinate di C(x';it')

$x' = \overline{OB} - \overline{XD} = x*\cos a - it \sin a$

$it' = \overline{BX} + \overline{DC} = x*\sin a + it*\mathrm{cona}$